GESTÃO DO RISCO: COORDENAÇÃO DOS INVESTIMENTOS CORPORATIVOS E DAS POLÍTICAS DE FINANCIAMENTO

RESUMO

Este artigo desenvolve uma estrutura conceitual geral para a análise das políticas corporativas de gestão do risco. Começamos observando que, se as fontes internas de financiamento são mais custosas para as corporações do que os fundos gerados internamente, normalmente haverá um benefício ao *hedging*: o *hedging* agrega valor na medida em que ajuda a garantir que uma corporação tenha fundos internos disponíveis suficientes para aproveitar oportunidades atraentes de investimento. Em seguida, afirmamos que essa simples observação tem amplas e variadas implicações para a elaboração das estratégias de gestão do risco. Delineamos como essas estratégias deveriam depender de fatores como choques em investimento e oportunidades de financiamento. Também abordamos estratégias de *hedging* para taxas de câmbio no caso de multinacionais, bem como estratégias envolvendo instrumentos "não lineares", como as opções.

Kenneth A. Froot
HBS

David S. Scharfstein
HBS

Jeremy C. Stein
Harvard

ABSTRACT *This paper develops a general framework for analyzing corporate risk management policies. We begin by observing that if external sources of finance are more costly to corporations than internally generated funds, there will typically be a benefit to hedging: hedging adds value to the extent that it helps ensure that a corporation has sufficient internal funds available to take advantage of attractive investment opportunities. We then argue that this simple observation has wide ranging implications for the design of risk management strategies. We delineate how these strategies should depend on such factors as shocks to investment and financing opportunities. We also discuss exchange rate hedging strategies for multinationals, as well as strategies involving "nonlinear" instruments like options.*

PALAVRAS-CHAVE Gestão de riscos, investimentos corporativos, financiamento corporativo, assimetria informacional, proteção parcial contra riscos.
KEYWORDS *Risk management, corporate investments, corporate financing, information asymmetry, partial hedging.*

As corporações levam a gestão do risco muito a sério – levantamentos recentes revelam que a gestão do risco é classificada pelos executivos da área de Finanças como um de seus objetivos mais importantes.[1] Considerando a sua importância no mundo real, poder-se-ia imaginar que o tema da gestão do risco chamaria muito a atenção dos pesquisadores da área de Finanças e que, em conseqüência, os profissionais teriam um corpo de conhecimento bem desenvolvido ao qual recorrer para elaborar suas estratégias de *hedging*.

Contudo, esse pressuposto seria, na melhor das hipóteses, somente parcialmente correto. A teoria financeira de fato faz um bom trabalho em instruir as empresas na implementação de *hedges*. Por exemplo, se uma empresa de refino decide que deseja utilizar opções para reduzir em certa medida a sua exposição aos preços do petróleo, um modelo do tipo Black-Scholes pode ajudá-la a calcular o número de contratos necessários. Com efeito, há extensa literatura cobrindo vários aspectos práticos do que pode ser chamado de "mecânica do *hedging*", desde o cálculo das razões de *hedge* às peculiaridades institucionais dos contratos individuais. Infelizmente, a teoria financeira oferece uma orientação muito menos clara para as questões logicamente anteriores à estratégia do *hedging*: A que tipos de riscos o *hedge* deveria ser aplicado? O *hedge* deveria ser feito parcial ou totalmente? Que tipos de instrumentos atingirão melhor os objetivos do *hedging*? É difícil responder a essas questões porque, paradoxalmente, a mesma lógica de arbitragem que ajuda a refinaria a calcular os deltas das opções também implica que, para começar, pode não haver motivos para ela se envolver em uma atividade de *hedging*. De acordo com o paradigma de Modigliani-Miller, comprar e vender contratos de opções de petróleo não pode alterar o valor da empresa, já que os investidores individuais nas ações da firma sempre podem vir a comprar e vender eles mesmos esses contratos se desejarem ajustar a sua exposição aos preços do petróleo.

Não é que não haja histórias para explicar por que as empresas podem desejar fazer *hedge*. Com efeito, vários argumentos potenciais para o *hedging* têm sido recentemente desenvolvidos, entre outros, por Stulz (1984), Smith e Stulz (1985), Smith, Smithson e Wilford (1990), Stulz (1990), Breeden e Viswanathan (1990) e Lessard (1990). Contudo, parece-nos justo dizer que ainda não há uma única e aceita estrutura conceitual que possa ser utilizada para orientar as estratégias de *hedging*.[2] Em parte, essa lacuna surge justamente em função de os trabalhos anteriores terem se concentrado em explicar por que é razoável fazer *hedging* em vez de analisar que volume ou que tipo de *hedging* seria ótimo para uma determinada empresa. De fato, grande parte dos trabalhos anteriores apresentam a implicação extrema de que as empresas devem aplicar totalmente o *hedge* – isolando completamente os seus valores de mercado dos riscos passíveis de *hedge*.

Ilustramos, neste artigo, como elaborar ótimas estratégias de gestão do risco em uma variedade de cenários. Para tanto, aprofundamo-nos em um aspecto do trabalho anterior sobre o *hedging* – que analisa as implicações das imperfeições do mercado de capitais. Em resumo, este trabalho argumenta que, se as imperfeições do mercado de capitais fazem com que os fundos obtidos externamente sejam mais caros dos que os gerados internamente, isso pode conduzir a um novo raciocínio para a gestão do risco.

A lógica básica pode ser compreendida como se segue. Se uma firma não fizer *hedge*, haverá alguma variabilidade nos fluxos de caixa gerados pelos ativos existentes. Um simples cálculo sugere que essa variabilidade no fluxo de caixa interno deve resultar em: (a) variabilidade no montante de dinheiro levantado externamente ou (b) variabilidade no montante do investimento. A variabilidade no investimento em geral não será desejável, na medida em que há retornos marginais cada vez menores ao investimento (isto é, na medida em que o retorno é uma função côncava do investimento). Se o suprimento de financiamento externo fosse perfeitamente elástico, a solução *ex post* ótima seria manter os planos de investimento inalterados diante das variações do fluxo de caixa interno, compensando a redução pela alteração do montante de dinheiro externo levantado. Infelizmente, essa abordagem não funciona tão bem se o custo marginal dos fundos subir com a quantia levantada externamente. Nesse caso, uma deficiência em caixa pode ser compensada com algum aumento no financiamento externo, mas também com uma redução no investimento. Assim, a variabilidade nos fluxos de caixa passa a perturbar tanto os planos de investimento quanto os de financiamento de forma custosa para a empresa. Na medida em que o *hedging* pode reduzir essa variabilidade nos fluxos de caixa, também pode aumentar o valor da empresa.

Um bom exemplo dessa linha de raciocínio foi dado por Lessard (1990).[3] Ele escreve:

> [...] os argumentos mais convincentes para o *hedging* estão na garantia da capacidade da empresa de satisfazer dois conjuntos de restrições de fluxo de caixa: (1) os preços de exercício de suas opções operacionais refletidas nas suas oportunidades de crescimento (por exemplo, orçamen-

> tos de P&D ou promoção) e (2) seus dividendos [...] O argumento das opções de crescimento depende da observação de que, no caso de uma escassez de financiamento relativa a oportunidades de investimento, será custoso levantar capital externo.

O modelo que desenvolvemos abaixo reflete o espírito desse argumento. Contudo, ele leva o argumento alguns passos adiante: em vez de simplesmente demonstrar que o *hedging* tem a sua função, demonstramos como a estratégia ótima de *hedging* de uma empresa – tanto em termos do volume do *hedging* como dos instrumentos utilizados – depende da natureza de seu investimento e das oportunidades de financiamento. Ou, dito de outra forma, ilustramos como um programa bem elaborado de gestão do risco pode permitir que uma empresa coordene de forma ótima as suas políticas de financiamento e investimento.

A estrutura deste artigo é: na Seção I, esboçamos brevemente várias outras explicações existentes para a gestão do risco corporativo. Na Seção II, apresentamos o nosso modelo em sua forma mais elementar e o utilizamos para demonstrar a argumentação básica para o *hedging*. Depois analisamos uma série de aplicações práticas do nosso arcabouço conceitual. Na Seção III, ampliamos o modelo para demonstrar que as razões ótimas de *hedge* podem ser calculadas como uma função dos choques em investimento e oportunidades de financiamento. A Seção IV leva em consideração a questão da proteção cambial ótima por multinacionais que possuem oportunidades de investimento em mais de um país. A Seção V analisa estratégias "não lineares" de *hedging*, utilizando opções e outros instrumentos complexos de *hedging*. A Seção VI esboça brevemente algumas outras extensões. A Seção VII analisa as implicações empíricas da teoria e a Seção VIII conclui o artigo.

OUTROS ARGUMENTOS PARA A GESTÃO DO RISCO CORPORATIVO

Razões administrativas

Stulz (1984) afirma que o *hedging* corporativo é uma conseqüência natural da aversão ao risco por parte dos administradores. Embora a capacidade de diversificar, por parte dos acionistas externos, faça com que eles sejam indiferentes ao volume de atividade de *hedging*, o mesmo não pode ser dito dos administradores, que podem ter uma parcela relativamente grande de seu capital nas ações da empresa. Dessa forma, os administradores podem se beneficiar (sem prejudicar em nada os acionistas externos) da redução da variância do valor total da empresa.

Um ponto fraco da teoria de Stulz é que ela se baseia implicitamente na premissa de que os administradores se defrontam com custos significativos ao operar contratos de *hedging* por conta própria – de outra forma, eles poderiam ajustar os riscos sem precisar envolver diretamente a empresa em nenhuma atividade de *hedging*. Ao mesmo tempo, a não ser que também se incluam os custos das transações ao *hedging* no nível corporativo, a teoria de Stulz conduz à previsão extrema de que as empresas farão o máximo possível de *hedge* – isto é, até que a variância dos preços das ações seja minimizada.

Uma teoria administrativa muito diferente para o *hedging*, baseada nas informações assimétricas, é desenvolvida por Breeden e Viswanathan (1990), e DeMarzo e Duffie (1992). Em ambos os modelos, o mercado de trabalho avalia a capacidade dos administradores com base no desempenho de suas empresas. Isso pode levar alguns administradores a se envolver em *hedges* em uma tentativa de influenciar a percepção do mercado de trabalho.

Impostos

Smith e Stulz (1985) argumentam que, se os impostos são uma função convexa dos lucros, fazer *hedge* geralmente será ótimo para as empresas. A lógica é direta – a convexidade implica que um fluxo de lucros projetados mais volátil leva a maiores impostos esperados do que um fluxo de lucros projetados menos volátil. A convexidade na função dos impostos é bastante plausível para algumas empresas, particularmente aquelas que apresentam uma probabilidade significativa de lucros negativos e são incapazes de transportar 100% de seu prejuízo fiscal para períodos subseqüentes.

Custos de dificuldades financeiras e capacidade de dívida

Para um determinado nível de dívida, o *hedging* pode reduzir a probabilidade de uma empresa encontrar-se em uma situação na qual seja incapaz de pagar essa dívida. Dessa forma, se as dificuldades financeiras forem custosas, e se houver uma vantagem em ter dívida na estrutura de capital (digamos, devido aos impostos ou problemas do principal agente associados com o "fluxo de caixa livre"), o *hedging* pode ser utilizado como um recurso para aumentar a capacidade de contrair dívida. A variante mais simples desse argumento, desenvolvida por Smith e Stulz (1985), simplesmente pressupõe que a falência envolve custos exógenos de transações.

Imperfeições do mercado de capitais e investimento ineficiente

Uma versão mais sofisticada do argumento evoca o efeito de subinvestimento do excesso de dívida [*debt overhang*] de Myers (1977) para tornar endógenos os custos dos problemas financeiros. Esse argumento para o *hedging* (ou, de maneira equivalente, para o uso de dívida indexada em fontes exógenas de risco) é elaborado por Froot, Scharfstein e Stein (1989) no contexto de países menos desenvolvidos altamente endividados. O mesmo argumento básico é traçado em um cenário financeiro corporativo por Smith, Smithson e Wilford (1990). Stulz (1990) também argumenta que o *hedging* pode agregar valor pela redução das distorções de investimento associadas ao financiamento da dívida.[4]

Consideramos essas explicações de *debt overhang* para o *hedging* como parentes próximos dos argumentos apresentados tanto em Lessard (1990) quanto no nosso modelo abaixo. Apesar de o mecanismo exato ser de alguma forma diferente, todas essas teorias se fundamentam na observação básica de que, sem o *hedging*, as empresas podem ser forçadas a subinvestir em algumas circunstâncias por ser custoso ou impossível levantar fundos externos.

O PARADIGMA BÁSICO

Um simples modelo dos benefícios do hedging

Como afirmado acima, o *hedging* é benéfico se permitir que uma empresa evite flutuações desnecessárias em seus gastos com investimentos ou fundos levantados de investidores externos. Para ilustrar esse ponto, começaremos com um quadro conceitual muito simples e genérico. Mais adiante, demonstramos que esse quadro conceitual corresponde a um bem conhecido e custoso modelo de otimização de financiamento externo.

Vejamos o caso de uma empresa diante de uma decisão de investimento/financiamento de dois períodos. No primeiro período, a empresa tem uma quantidade de ativos realizáveis a curto prazo, w. Nesse momento a empresa deve definir suas despesas de investimento e necessidades de financiamento externo. No segundo período, o resultado do investimento é realizado e os investidores externos são pagos.

Do lado do investimento, o valor presente líquido das despesas de investimento é dado por:

$$F(I) = f(I) - I, \qquad (1)$$

onde I é o investimento, $f(I)$ é o nível esperado subseqüente do resultado, $f' > 0$ e $f'' < 0$.[5] Para simplificar a notação, pressupomos que a taxa de desconto seja igual a zero.

Como se esclarecerá mais adiante, a empresa prefere financiar o investimento primeiramente com fundos internos antes de recorrer a fontes externas. Dessa forma, a empresa levantará dos investidores externos uma quantia e, de modo que:

$$I = w + e. \qquad (2)$$

Considerando a taxa de desconto igual a zero, os investidores externos demandam um pagamento esperado de e no segundo período.

Pressupomos, contudo, que haja custos adicionais (peso morto) à empresa para o financiamento externo, que indicamos por C. (Dessa forma, por unidade monetária levantada, esses fundos custam C/e acima da taxa livre de riscos.) Esses custos podem surgir de várias fontes. Primeiramente, eles podem se originar de custos de falência e dificuldades financeiras, que incluem custos direitos (por exemplo, honorários legais), bem como custos indiretos (por exemplo, queda na competitividade no nível do produto/mercado e subinvestimento). Em segundo lugar, esses custos podem surgir de assimetrias informais entre administradores e investidores externos. Ou, na medida em que os administradores não representam completamente requerentes residuais, pode haver custos de agência associados à motivação e ao monitoramento dos administradores que recorrem a determinados tipos de financiamento externo. Para completar, os administradores podem obter benefícios privados da limitação de sua dependência sobre os investidores externos. Dessa forma, mesmo que não haja custos observáveis ao financiamento externo, a administração pode agir como se o financiamento externo incorresse em custos econômicos reais.[6]

Independentemente da interpretação escolhida, os custos de peso morto deveriam ser uma função crescente do montante do financiamento externo. Representamos esses custos como $C = C(e)$ e observamos que $C_e \geq 0$.[7]

A questão do *hedging* surge quando os ativos do primeiro período, w, são aleatórios. Na medida em que existem riscos comercializáveis correlacionados com w, a empresa pode tentar alterar a distribuição de w por meio de transações de *hedging* no período zero. Para simplificar, partimos da premissa extrema de que todas as flutuações de w são completamente passíveis de *hedge* e que o *hedging* não tem efeito sobre o nível esperado de w.[8] Dada essa premissa, a aplicação total do *hedging* claramente será benéfica se, e somente se, os seus lucros forem uma função côncava dos bens internos.[9]

Para explorar o impacto do *hedging* nas decisões de investimento e financiamento ótimo, solucionamos retroativamente o modelo, a começar com a decisão da empresa de investir no primeiro período. A empresa entra no primeiro período com recursos internos w e opta pelo investimento (e, dessa forma, volume do financiamento externo, $e = I - w$) para maximizar os lucros líquidos esperados:

$$P(w) = \max_I F(I) - C(e). \qquad (3)$$

A condição de primeira ordem para o problema é:

$$F_I = f_I - 1 = Ce, \qquad (4)$$

onde utilizamos o fato de que, no segundo período, quando w é dado, $de/dI = 1$. A equação (4) implica que há um subinvestimento – o nível ótimo de investimento, I^*, está abaixo do primeiro melhor nível, que determinaria $f_I = 1$.

Passando para o período zero, a empresa escolhe sua política de *hedging* para maximizar os lucros esperados. Como observado acima, as flutuações aleatórias de w vai reduzir os lucros esperados se $P(w)$ for uma função côncava. Utilizando a condição de primeira ordem em (4), a segunda derivada dos lucros é dada por:

$$P_{ww} = f_{II}\left(\frac{dI^*}{dw}\right)^2 - C_{ee}\left(\frac{dI^*}{dw} - 1\right)^2, \qquad (5)$$

onde f_{II} e C_{ee} são avaliados em $I = I^*$. Se essa expressão for globalmente negativa, o *hedging* eleva os lucros médios. A equação (5) pode ser reescrita pela aplicação do teorema da função implícita a (4), levando a:[10]

$$P_{ww} = f_{II}\frac{dI^*}{dw}. \qquad (6)$$

A equação (6) esclarece em que sentido a atividade de *hedging* é determinada pela interação das considerações de investimento e financiamento. Para o *hedging* ser benéfico, duas condições devem ser satisfeitas: (i) os retornos marginais sobre o investimento devem ser decrescentes e (ii) o nível de recursos internos deve ter um impacto positivo no nível ótimo do investimento. A última condição é um aspecto ubíquo nos modelos de financiamento externo diante de problemas de informação e/ou incentivo. Além disso, há substanciais evidências empíricas sugerindo que o investimento corporativo é de fato sensível aos níveis de fluxo de caixa interno.[11]

Dois exemplos simples podem ajudar a desenvolver o raciocínio que fundamenta as equações (5) e (6). No primeiro, pressupomos que uma empresa não tenha nenhum acesso aos mercados financeiros. Nesse caso, C é sempre igual a zero no equilíbrio, e qualquer variação em w se reflete diretamente nas mudanças de investimento, $dI^*/dw = 1$. As equações (5) e (6) nos indicam que $P_{ww} = f_{II}$: a concavidade da função de lucro é exclusivamente proveniente da concavidade da tecnologia de produção.

No segundo exemplo, oposto ao primeiro, o investimento é completamente fixo (por exemplo, a empresa tem somente um projeto de investimento indivisível com altos retornos). Nesse caso, quaisquer flutuações nos fundos internos se traduzem diretamente em flutuações no montante de fundos externos que devem ler levantados, $dI^*/dw = 0$. A equação (5) então sugere que a concavidade da função de lucro é proveniente exclusivamente da convexidade da função C, isto é, $P_{ww} = -C_{ee}$.

Claramente, para os casos intermediários – aqueles nos quais $0 < dI^*/dw < 1$ –, a concavidade da função do lucro será proveniente tanto da concavidade da tecnologia quanto da convexidade da função do custo de financiamento. Uma outra forma de observar isso é substituir dI^*/dw na equação (5), levando a:

$$P_{ww} = \frac{-f_{II}C_{ee}}{f_{II} - C_{ee}}. \qquad (7)$$

A equação (7) ilustra, mais uma vez, que o *hedging* é orientado por uma interação entre considerações de investimento e financiamento (como representado por f_{II} e C_{ee}, respectivamente).

Até agora utilizamos uma especificação arbitrária para a função C para definir as condições sob as quais o *hedging* aumenta em valor. Entretanto, não fica claro se essas condições (isto é, o requisito de que $C_{ee} \geq 0$) poderiam surgir naturalmente se a função C fosse derivada de um modelo otimizante com agentes racionais. Em seguida. analisamos uma importante categoria desses modelos e demonstramos que a convexidade requerida em C é obtida em uma ampla variedade de parametrizações.

Hedging em um modelo de contratos ótimos

O modelo que adotamos é uma variante da abordagem CSV (*costly state verification*), desenvolvida por Townsend (1979) e Gale e Hellwig (1985). Como veremos, a recomendação de que as empresas devem fazer *hedge* assume a forma de uma simples e relativamente fraca restrição para a especificação desse modelo CSV. Além disso, pudemos reescrever a função $C(e)$ explicitamente em termos dos parâmetros do modelo CSV.

Mais uma vez, pressupomos que no primeiro período uma empresa pode investir um montante I, que resulta em um retorno bruto de $f(I)$ no segundo período. Também no segundo período, a empresa gera fluxos de caixa aleatórios *adicionais* x a partir de seus ativos preexistentes. A distribuição e densidade cumulativas de x são dadas por $G(x)$ e $g(x)$, respectivamente.

Como nos modelos de Townsend e Gale-Hellwig, pressupomos que os fluxos de caixa sejam observáveis sem nenhum custo pelos observadores internos da empresa, mas somente sejam observáveis aos credores externos com algum custo. Em particular, supomos que os fluxos de caixa dos ativos *existentes* possam ser observados a um custo c, mas que seja infinitamente custoso observar os fluxos de caixa do novo projeto de investimento. Como se sabe, quando $c > 0$, o contrato ótimo entre investidores externos e a empresa será um contrato padrão de dívida. Em retorno pelo recebimento de e no primeiro período, a empresa deve reembolsar no segundo período uma quantia D, invariável em relação ao estado. Se a empresa falhar em apresentar um bom desempenho, os credores pagam os custos de monitoramento e então observam – e mantêm para si – os lucros da empresa. Os estados nos quais o monitoramento ocorre podem ser interpretados como falência.

A nossa formulação do modelo CSV é ligeiramente diferente da de Townsend e Gale-Hellwig: supomos que um conjunto de ativos preexistentes determine inteiramente a capacidade de financiamento externo da empresa, de forma que a sua capacidade não seja afetada pelos gastos atuais com investimentos. Isso corresponde à nossa configuração apresentada na Seção II.A, acima, onde pressupomos que o novo gasto com investimentos não apresenta um efeito independente sobre os custos de peso morto para um determinado nível de financiamento externo. Isto é, em ambos os modelos, C pode ser representado simplesmente como $C(e)$. Esse pressuposto simplifica a nossa análise, mas não afeta os resultados básicos.[12]

Nessas circunstâncias, a empresa opta pelo investimento e pelo financiamento externo para maximizar

$$L \equiv \max_{I,D} f(I) + \int_D^{\infty} (x - D) g(x) dx \,, \tag{8}$$

sujeito a uma restrição de lucro não negativo para os investidores externos:

$$\int_{-\infty}^{D} (x - c) g(x) dx + \int_D^{\infty} D g(x) dx \geq I - w \tag{9}$$

As condições de primeira ordem para esse problema de otimização restrita são:

$$\frac{\partial L}{\partial D} = (\lambda - 1)(1 - G(D)) - \lambda c g(D) = 0 \,, \tag{10}$$

$$\frac{\partial L}{\partial I} = f_I - \lambda = 0 \,, \tag{11}$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange da restrição (9).

Juntas, as equações (10) e (11) implicam que a empresa define I* de forma que:

$$f_I = \frac{1 - G(D)}{1 - G(D) - cg(D)} \geq 1 \,. \tag{12}$$

Se não houver custos de peso morto ($c = 0$), a empresa estabelece o investimento de maneira eficiente ($fI = 1$). Contudo, se $c > 0$, a empresa subinveste, definindo $fI > 1$.[13] O subinvestimento ocorre neste modelo porque um aumento em I requer um aumento em D, o que eleva a probabilidade de falência. No nível ótimo, a empresa reduz o investimento do primeiro melhor nível para economizar em custos de peso morto.

Nessa configuração, há uma correspondência direta entre os custos de peso morto esperados do financiamento externo e a probabilidade de falência:

$$C(e) = cG(D), \tag{13}$$

onde a equação (9) implicitamente define a função $D = D(e)$.

É possível constatar que a condição de primeira ordem, $F_t = C_e + 1$, derivada na Seção II. A, é idêntica à equação (12), acima. Da equação (11), fica claro que o valor sombra esperado de uma unidade monetária adicional de bens internos ($L_w = \lambda$) é igual ao retorno marginal sobre o investimento, em que h é dado por fI.

Como no caso anterior, o *hedging* eleva o valor da empresa se os lucros forem côncavos nos bens internos, isto é, $L_{ww} = d\lambda/dw = F_{II} dI^*/dw < 0$. [Observe que essa é a mesma condição produzida na equação (6) para o nosso modelo reduzido.] Diferenciando completamente as equações (9) a (11) e calculando dI^*/dw, podemos demonstrar que uma condição suficiente para $dI^*/dw > 0 \; \forall x$ é que a taxa de risco $g(x)/1 - G(x)$ seja estritamente crescente em x. Trata-se de uma condição relativamente fraca e satisfeita para as distribuições normais, exponenciais e uniformes, entre outras.[14] Dessa forma, quando $f_{II} < 0$ e a taxa de risco $G(\,)$ for crescente, o *hedging* será ótimo nesse quadro conceitual do CSV.

HEDGING ÓTIMO COM OPORTUNIDADES DINÂMICAS DE INVESTIMENTO E FINANCIAMENTO

Até agora os nossos resultados geraram um panorama muito simplista das políticas de *hedging* ótimo – empresas com custos marginais crescentes de financiamentos externos sempre devem aplicar totalmente o *hedge* aos seus fluxos de caixa. Nesta seção, estendemos a nossa análise para incorporar a aleatoriedade tanto nas oportunidades de investimento quanto de financiamento. Como veremos, essas considerações levam a uma maior variedade de soluções para o problema do *hedging* ótimo.

Oportunidades dinâmicas de investimento

Na discussão acima, supusemos que as oportunidades de investimento de uma empresa eram não estocásticas e, dessa forma, independentes dos fluxos de caixa dos ativos alocados. Em muitos casos, contudo, esse pressuposto não é realista. Por exemplo, uma empresa envolvida na exploração e no desenvolvimento do petróleo poderá estar em uma situação em que tanto os seus fluxos de caixa atuais (isto é, a receita líquida de seus campos já desenvolvidos) quanto o produto marginal dos investimentos adicionais (isto é, dispêndio em explorações adicionais) caiam com a queda do preço do petróleo. Para uma empresa como essa, o *hedging* contra a queda do preço do petróleo é menos importante – mesmo sem o *hedging*, o suprimento de fundos internos tende a corresponder à demanda por fundos.

É possível extrapolar diretamente a análise da seção anterior para lidar com a questão da razão ótima de *hedge* em um mundo de oportunidades dinâmicas de investimento. Se nos concentramos por enquanto nas estratégias lineares de *hedging* (isto é, vendas ou compras a termo), a decisão de *hedging* pode ser modelada formulando os fundos internos como:[15]

$$w = w_0[h + (1 - h)\varepsilon], \qquad (14)$$

onde h é a "razão de *hedge*" escolhida pela empresa e ε é a fonte primária de incerteza.[16] Para simplificar, pressupomos que ε – o retorno sobre os ativos de risco – seja distribuído normalmente, com média 1 e variância σ^2.[17]

Para modelar oportunidades dinâmicas de investimento, redefinimos os lucros como:

$$F(I) = \theta f(I) - I, \qquad (15)$$

com $\theta = \alpha(\varepsilon - \bar{\varepsilon}) + 1$. Nessa formulação, α é a medida da correlação entre as oportunidades de investimento e o risco do *hedge*.

No período zero, a empresa deve escolher h para maximizar os lucros esperados:

$$\max_h E[P(w)], \qquad (16)$$

onde a expectativa é calculada com relação a ε. A condição de primeira ordem para o problema é:

$$E\left[P_w \frac{dw}{dh}\right] = 0\,. \qquad (17)$$

A equação (17) pode ser simplificada para:

$$E[P_w(1-\varepsilon)] = 0\,, \qquad (18)$$

que pode ser expressa como:

$$\operatorname{cov}(P_w, \varepsilon) = 0. \qquad (19)$$

De acordo com a equação (19), a razão ótima de *hedge* isola o valor marginal dos bens internos (Pw) das flutuações nas variáveis a serem protegidas. Observe que isso não equivale necessariamente a isolar o valor total da empresa, P, dessas flutuações.

Para simplificar o termo de covariância, utilizamos uma aproximação da série de segunda ordem de Taylor (que é exata se o retorno do ativo, ε, for normalmente distribuído) em relação a h com $\varepsilon = 1$.[18] A equação (19) leva à razão ótima de *hedge*:

$$h^* = 1 + \alpha \frac{E[f_I P_{ww} / \theta f_{II}]}{w_0 \bar{P}_{ww}}\,, \qquad (20)$$

onde uma barra sobre a variável implica que se assuma uma expectativa em relação a ε, por exemplo, $\bar{P}_{ww} = E[P_{ww}]$.

O último termo da equação (20) leva em consideração o efeito direto de ε sobre o resultado. Claramente, se α = 0 (isto é, se não houver correlação entre as oportunidades de investimento e a disponibilidade dos fundos internos), o nível ótimo é o *hedge* total (isto é, $h^* = 1$), como na Seção II, acima.

Se $\alpha > 0$, a empresa não se beneficiará de um *hedge* total. Para entender por quê, observe que, quando ε for baixo, a empresa pode estar com um caixa baixo, mas não precisa de muito, já que tem poucas oportunidades atraentes de investimento. Por outro lado, quando ε for alto, a empresa tem boas oportunidades de investimento e, dessa forma, precisa de um caixa adicional gerado internamente. Esse raciocínio implica que há menos a ser ganho de um *hedge* que transfira fundos de estados de alto ε a estados de baixo ε. Assim, quanto mais as oportunidades de investimento forem sensíveis ao ε, menor é a razão ótima de *hedge*.

Deve-se enfatizar que, neste caso ($\alpha > 0$), a empresa opta por *não* isolar totalmente os seus fluxos de caixa ou o seu valor de mercado das flutuações de ε. No exemplo da empresa de petróleo mencionada acima, a estratégia de *hedging* ótimo envolveria deixar o preço das ações exposto às flutuações do preço do petróleo. Essa conclusão difere de muitos outros trabalhos, que muitas vezes implicam o isolamento completo.

Também se deve observar que, de acordo com a equação (20), h^* não precisa necessariamente estar entre 0 e 1. A possibilidade de $h^* < 0$ surge quando as oportunidades de investimento são extremamente sensíveis à variável de risco. Nesse caso, pode ter sentido para uma empresa de fato *aumentar* a sua exposição à variável em questão, de forma a ter caixa suficiente quando ε for alto e quando investimentos muito grandes forem necessários. Por outro lado, razões ótimas de *hedge* maiores que 1 surgirão quando as oportunidades de investimento forem negativamente correlacionadas com os fluxos de caixa atuais. Nesse caso, tem sentido optar pelo "*overhedge*", de forma a ter mais caixa quando ε for baixo.[19]

Para melhor explicar por que algumas empresas com diferentes oportunidades de investimento podem implementar diferentes estratégias de *hedging*, vejamos o exemplo a seguir. Suponha-se que haja duas empresas envolvidas na exploração e extração de um recurso natural. A empresa *g* é trabalha com a exploração de ouro. Atualmente é proprietária de minas desenvolvidas que produzem 100 unidades de ouro no período um a custo marginal zero. Dessa forma, os fluxos de caixa da empresa *g* no período um são 100 $\tilde{p}_g$, onde $\tilde{p}_g$ é o preço aleatório do ouro.

A empresa *g* também tem a oportunidade de investir em atividades adicionais de exploração no período um. Se ela gastar uma quantia *I* em exploração, descobre veios não desenvolvidos contendo $fg(I)$ unidades de ouro. Antes de o ouro poder ser extraído, contudo, um custo adicional *cg* de desenvolvimento *unitário* deve ser pago no período dois. Dessa forma, os retornos líquidos para um investimento de exploração *I* são dados por $(\tilde{p}_g - c_g)f_g(I) - I$.

A empresa *o* é do setor de petróleo. Em muitos aspectos ela é bastante similar à empresa g. Os seus fluxos de caixa no período um são 100 $\tilde{p}_o$, e presume-se que $\tilde{p}_o$ tenha a mesma distribuição que $\tilde{p}_g$. Dessa forma, ambas as empresas enfrentam exatamente os mesmos riscos em relação à natureza de seu fluxo de caixa no período um.

A empresa *o* também pode descobrir reservas não desenvolvidas contendo $f_o(I)$ unidades de petróleo gastando uma quantia *I* em exploração no período um. Os custos de desenvolvimento da empresa *o* são superiores aos da empresa g – ela deve pagar $co > cg$ no período dois para desenvolver as novas reservas antes da extração. Assim, os retornos líquidos para um investimento de exploração *I* são dados por $(\tilde{p}_o - c_o)f_o(I) - I$. Para manter a comparabilidade das suas empresas, também pressupomos que $f_o(I) = (\overline{p} - c_g / \overline{p} - c_o)f_g(I)$, onde $\overline{p}$ é a média das duas distribuição de preço. Isso implica que, no "caso base" em que os preços da *commodity* sejam iguais às suas médias, ambas as empresas apresentam o mesmo produto marginal de capital em qualquer nível de investimento.

A principal diferença entre a empresa *o* e a empresa g é o fato de os custos superiores de desenvolvimento fazerem com que as oportunidades de investimento da empresa *o* sejam *mais alavancadas* em relação aos preços da *commodity.* Por exemplo, se $c_g = 0$ e $co = 50$, o produto marginal do capital para a empresa de exploração de ouro vai cair 10% quando os preços do ouro caírem de 100 a 90. Contudo, o produto marginal do capital para a empresa de exploração de petróleo vai cair *20 por cento* quando os preços do petróleo caírem de 100 a 90.

Na terminologia do modelo acima, essa diferença em tecnologia pode ser representada como um valor superior do parâmetro α para a empresa de petróleo. Dessa forma, as duas empresas devem seguir estratégias de *hedging* diferentes, com a empresa g aplicando mais o *hedge* do que a empresa *o*. Em outras palavras, a empresa *o* deve manter o seu valor de mercado mais exposto às flutuações dos preços do petróleo do que a empresa g porque suas oportunidades de investimento são mais sensíveis ao preço do petróleo.

Oportunidades dinâmicas de financiamento

Até o momento, nosso pressuposto foi que o suprimento previsto de financiamento externo – dado pela função $C(e)$ – seja externamente fixado e insensível aos riscos que impactam os fluxos de caixa da empresa. Parece bastante possível, contudo, que choques negativos nos fluxos de caixa atuais de uma empresa também possam fazer com que seja mais custoso para a empresa levantar fundos de investidores externos. Se for esse o caso, pode ter sentido para a empresa fazer mais *hedge* do que faria de outra forma. Isso permitirá que a empresa financie seus investimentos ao mesmo tempo em que faz *menos* uso do financiamento externo em momentos difíceis do que em momentos de prosperidade.[20]

Podemos formalizar essa idéia generalizando a função *C* para $C(e, ø)$, onde ø é dado por $\delta(\varepsilon - \overline{\varepsilon}) + 1$. Essa generalização surge naturalmente do modelo CSV esboçado na Seção II.B. Suponhamos que, em vez de gerar x, os ativos já alocados gerem $\o x$. Isto é, o lucros eventuais dos ativos alocados são correlacionados com a variável de risco ε, e δ indica a força dessa correlação. Enquanto a distribuição de x satisfizer a propriedade crescente da taxa de risco, a função $C(e, \o)$, proveniente do modelo CSV, implica que $C_{e\o} < 0$ (para os bens fixos do primeiro período). Isso simplesmente significa que os custos marginais do financiamento externo, C_e, são inferiores para uma maior realização de ε.

Se assumirmos por enquanto que α – que indica a correlação das oportunidades de investimento com ε – seja zero, poderemos chegar a uma expressão que nos dê o puro efeito das oportunidades de financiamento dinâmicas sobre a razão de *hedge*. Essa metodologia é aa mesma que a anterior. Mais especificamente, a condição da primeira ordem em (19) também é aplicável. Mas, neste caso, a razão ótima de *hedge* é dada por:

$$h^* = 1 + \delta \frac{\overline{C}_{e\phi}}{w_o \overline{P}_{ww}} . \tag{21}$$

Considerando $C_{e\o} < 0$, a razão ótima de *hedge* é maior que um, sendo maior o efeito quanto mais sensíveis forem os ativos alocados à variável de risco ε. Mais uma vez, a lógica é que o *hedging* agora deve permitir que a empresa financie os seus investimentos e mesmo assim conserve os empréstimos nos momentos em que o financiamento externo seja mais dispendioso.[21]

Entretanto, mesmo com uma tecnologia de produção não estocástica (isto é, $\alpha = 0$), não mais se aplica a idéia de que o investimento seja completamente isolado dos choques em ε. Isso é puramente uma conseqüência do fato de nos limitarmos a estratégias lineares de *hedging*. O investimento não estocástico (pelas condições de primeira ordem da empresa) exigiria que, uma vez aplicado o *hedge*, C_e deva ser independente de $\o$. Isso normalmente não poderia ser obtido somente com a utilização de contratos futuros. Na Seção V, abaixo, argumentamos que, se as opções estiverem disponíveis, a empresa de fato desejará elaborar uma estratégia de *hedging* que leve ao investimento não estocástico.

GESTÃO DO RISCO PARA MULTINACIONAIS

O nosso quadro conceitual também tem implicações para as estratégias de gestão do risco de empresas multinacionais.[22] As multinacionais possuem oportunidades de venda e produção em vários países diferentes. Além disso, os bens que elas produzem em um determinado local podem ser direcionados para o consumo doméstico (isto é, bens não negociáveis, como os hambúrgueres do McDonald's) ou para os mercados globais (isto é, bens negociáveis, como semicondutores). Esses fatores complicam o problema do *hedging* para corporações multinacionais.

Iniciamos com um quadro conceitual geral inferido das seções anteriores. Suponhamos que a multinacional possa investir em dois locais, "doméstico" e "estrangeiro", e que os lucros sejam dados por:

$$P(w) = f^H(I^H) + \theta f^A(I^A) - I^H - \gamma I^A - C(e) \tag{22}$$

onde $\theta = \alpha(\varepsilon - \overline{\varepsilon}) + 1$, $\gamma = \beta(\varepsilon - \overline{\varepsilon}) + 1$, e as funções de produção, $f^i(I^i)$, $i = A, H$ sejam crescentes e côncavas. Nessa expressão, ε agora representa o preço, na moeda doméstica, da moeda estrangeira, e α e β são parâmetros (entre 0 e 1) que indexam a sensibilidade da receita estrangeira e dos custos de investimento estrangeiro à taxa de câmbio.[23] Implicitamente, a equação (22) trata a moeda doméstica como numerário.[24]

É mais fácil compreender a equação (22) por meio da análise de alguns casos específicos:

Caso 1: Exposição das taxas de câmbio tanto para os custos de investimento quanto para a receita de operações estrangeiras, $\alpha + \beta = 1$. Este caso pode corresponder a situações em que tanto os produtos quanto os insumos de investimento sejam bens não negociáveis.[25] Um exemplo pode ser a Euro-Disney na França, já que fatores locais são necessários para iniciar as operações.

Caso 2: Exposição das taxas de câmbio para os custos de investimento estrangeiro mas nenhuma exposição das taxas de câmbio para receita estrangeira nem doméstica, $\alpha = 0$ e $\beta = 1$. Este caso pode corresponder a situações em que o produto de ambas as fábricas seja vendido ao mesmo preço no mercado doméstico.[26] Um exemplo são os rolamentos, que podem ser produzidos utilizando primariamente fatores locais, mas que são vendidos no mercado global.

Caso 3: Nenhuma exposição das taxas de câmbio para os custos de investimento estrangeiro mas exposição das taxas de câmbio para receita estrangeira, $\alpha = 1$ e $\beta = 0$. Este caso pode corresponder, como acima, a uma situação em que os produtos sejam bens não negociáveis. Entretanto, neste caso, os insumos de investimento utilizados em ambos os locais são comprados em um único mercado doméstico pelo mesmo preço. Um exemplo poderia ser uma empresa de construção, como a Bechtel, que faz grande utilização de equipamentos de construção vendidos no mercado global.

Para financiar esses diferentes investimentos, a empresa requer o financiamento externo de um montante

$$e = I^H + \gamma I^A - w. \qquad (23)$$

Mantendo o nosso foco em estratégias lineares de *hedging*, w continua a ser dado pela equação (14), acima. Nessa formulação, uma razão de *hedge* = 1 significa que os bens do período zero, w_0, são mantidos totalmente na moeda doméstica. Por outro lado, uma razão de *hedge* = 0 significa que os bens são mantidos totalmente em moeda estrangeira.

Utilizando argumentos análogos aos desenvolvidos acima, é possível calcular a razão ótima de *hedge*. (Veja o Apêndice para um esboço da derivação.)

$$h^* = 1 + \frac{E[(\alpha\gamma - \beta\theta) f_I^A P_{ww} / \theta f_{II}^A]}{w_0 \overline{P}_{ww}} - \beta \frac{E[I^A P_{ww}]}{w_0 \overline{P}_{ww}}, \qquad (24)$$

onde

$$P_{ww} = \frac{f_{II}^H \theta f_{II}^A C_{ee}}{C_{ee}(\gamma^2 f_{II}^H + \theta f_{II}^A) - \theta f_{II}^H f_{II}^A} < 0. \qquad (25)$$

Há dois componentes básicos da razão ótima de *hedge* em (24). Para começar, há uma versão ligeiramente mais complexa do termo do "conjunto de oportunidades dinâmicas de investimento", $\frac{E[(\alpha\gamma - \beta\theta) f_I^A P_{ww} / \theta f_{II}^A]}{w_0 \overline{P}_{ww}}$, que traduz de maneira eficaz a exposição às taxas de câmbio líquidas da rentabilidade do investimento estrangeiro. Em segundo lugar, há um novo termo "fixo", $\beta(E[I^A P_{ww}] / w_0 \overline{P}_{ww})$, que é, em uma definição ampla, orientado pelo volume esperado do investimento estrangeiro relativo aos bens internos.

Podemos entender melhor esse termo fixo nos concentrando no Caso 1, acima, em que $\alpha = \beta = 1$. Neste caso (ou em qualquer caso com $\alpha = \beta$), a equação (24) pode ser consideravelmente simplificada – o termo constante da oportunidade dinâmica de investimento desaparece completamente e o próprio termo fixo se torna mais fácil de interpretar. Mais especificamente, demonstramos no Apêndice que:

> Proposição 1: Se $\alpha = \beta$, então a estratégia de hedging ótimo é tal que o investimento em ambos os locais independe das taxas de câmbio: $I^H(\varepsilon) = \overline{I}^H$; e $I^A(\varepsilon) = \overline{I}^A \, \forall \varepsilon$. Esta estratégia de hedging é dada por: $h^* = 1 - \beta \overline{I}^A / w_0$.

Para compreender a lógica que fundamenta a proposição, imaginemos que a empresa não tenha feito nenhum *hedge*, mas que a realização das taxas de câmbio coincida com sua expectativa, $\varepsilon = \overline{\varepsilon}$.[27] É possível, então, calcular os níveis ótimos de investimento no primeiro período. O que o *hedging* faz é *garantir* que o investimento doméstico e estrangeiro sempre estarão exatamente nesses níveis, independentemente da realização das taxas de câmbio. Em outras palavras, o *hedging se fixa* na capacidade de executar um plano de investimento predeterminado (no período zero), em que esse plano se baseia na taxa de câmbio esperada futura.

No Caso 2, com $\alpha = 0$ e $\beta = 1$, o termo fixo se mantém. Contudo, ele assume uma forma mais complicada, já que *IA* e *Pww* agora são variáveis aleatórias e em geral não é mais verdadeiro que $E[I^A P_{ww}] = \overline{I}^A \overline{P}_{ww}$. Além disso, a razão de *hedge* aumenta em função do termo constante da oportunidade dinâmica de investimento, $\frac{-E[f_I^A P_{ww} / f_{II}^A]}{w_0 \overline{P}_{ww}}$

Esse termo implica que o nível ótimo seria manter relativamente *mais* moeda doméstica do que no Caso 1. A lógica é similar à desenvolvida na Seção III, acima. Quando a moeda doméstica se deprecia, os investimentos estrangeiros se tornam menos atraentes devido aos custos mais altos dos insumos. Dessa forma, assegura-se menos investimento estrangeiro e há menos necessidade de manter moeda estrangeira como um *hedge* contra um resultado com esse.

Finalmente, no Caso 3, com $\alpha = 1$ e $\beta = 0$, não há efeito de fixação. Como o preço do investimento estrangeiro é insensível às taxas de câmbio, é desnecessário manter moeda estrangeira para assegurar um determinado nível de investimento estrangeiro. Ao mesmo tempo, ainda vale a pena manter *algum* bem na forma de moeda estrangeira. Isso ocorre porque a correlação das oportunidades de investimento líquido com o valor da moeda doméstica agora é *negativa* – quando a moeda doméstica se deprecia, os retornos sobre o investimento estrangeiros passam a ser *altos*.

ESTRATÉGIAS NÃO LINEARES DE *HEDGING*

Até agora restringimos a nossa atenção aos *hedges* que empregam apenas contratos a termo ou futuros. Com esses instrumentos, a sensibilidade dos bens internos a mudanças na variável de risco à qual o *hedge* é aplicado se restringe a uma constante. Em outras palavras, $dw/de = (1 - h)w_0$, que é independente da realização de ε. Apesar de *hedges* lineares como esses poderem agregar valor, eles geralmente não *maximizarão* o valor se outros instrumentos não lineares, como as opções, estiverem disponíveis. As opções criam de maneira eficaz a possibilidade de "customização" de razões de *hedge* de acordo com o estado.

Para entender por que uma empresa pode querer que suas razões de *hedge* sejam sensíveis à realização de ε, retomaremos o nosso exemplo da empresa de petróleo. Argumentamos que as oportunidades de investimento da empresa de petróleo se tornam menos atraentes quando o preço do petróleo cai, e isso serve como argumento para manter seus fluxos de caixa de alguma forma expostos às flutuações. Mas suponhamos que utilizemos futuros para escolher uma razão de *hedge* única e independente do estado, e que essa razão de *hedge* resulte em um corte nas despesas em investimento de capital pela empresa de petróleo de 2% para cada queda de 1% do preço do petróleo. Isso pode ter sentido para pequenas flutuações nos preços do petróleo – talvez o nível de investimento da empresa *devesse* sofrer uma redução de 20% quando os preços do petróleo caírem 10%. Mas pode não ter tanto sentido para a empresa eliminar completamente seus gastos com investimento quando os preços do petróleo caírem 50%.

Nesse caso, a empresa de petróleo pode desejar fazer parte de seu *hedging* com a utilização de opções. Por exemplo, ao acrescentar opções de venda *out-of-the-money* à sua posição de *hedging* nos futuros, a empresa pode se proteger relativamente mais contra grandes quedas no preço do petróleo do que contra pequenos decréscimos. (De forma similar, a empresa também pode lançar opções de compra *fora do dinheiro* para o petróleo, se uma estratégia linear de *hedging* resultar em caixa "demais" para grandes aumentos no preço do petróleo.)

Podemos desenvolver o raciocínio geral para as estratégias não lineares de *hedging* utilizando a mesma configuração da Seção IV. Denotamos a distribuição de freqüência da variável aleatória, ε, por $p(\varepsilon)$. Se presumirmos mercados completos, o problema de *hedging* da empresa agora se torna um problema de escolha do perfil para os bens ao longo de diferentes estados de natureza, $w^* = w^*(\varepsilon)$, para maximizar os lucros esperados:

$$\max_{w(\varepsilon)} \int_{\varepsilon} P(\varepsilon, w(\varepsilon)) p(\varepsilon) d\varepsilon, \tag{26}$$

sujeito à restrição de "precificação justa" de que o *hedging* não pode mudar o nível esperado de riqueza,

$$\int_{\varepsilon} w(\varepsilon) p(\varepsilon) d\varepsilon = w_0, \tag{27}$$

e às condições de primeira ordem para o investimento doméstico e estrangeiro [dados nas equações (A1) e (A2) do Apêndice].[28]

A condição de primeira ordem para esse problema de otimização restrita na equação (26) é dada por:

$$P_w = \lambda, \tag{28}$$

onde λ é o multiplicador de Lagrange na restrição (27). A equação (28) sugere que a política de *hedging* ótimo é igual ao valor sombra dos bensinternos ao longo de diferentes estados. Ao atenuar dessa forma o impacto do dispendioso financiamento externo, a empresa atingiu uma correspondência ótima da demanda de caixa do investimento com o suprimento de recursos internos.

A equação (28) define implicitamente um nível ótimo de recursos internos em cada estado. Observemos que, como λ é uma constante, o teorema da função implícita pode ser aplicado a (28), que, após alguns cálculos, conduz a uma expressão da razão ótima de *hedge* para cada estado:

$$\frac{dw^*(\varepsilon)}{d\varepsilon} = \frac{P_{w\varepsilon}}{-P_{ww}} = -(\alpha\gamma - \beta\theta)\frac{f_I^A}{w_0\theta f_{II}^A} = \frac{\beta I^A}{w_0}, \tag{29}$$

onde $w^* = w^*(\varepsilon)$ descreve o nível ótimo de bens internos para cada valor de ε. É possível demonstrar que a expressão à direita de (29) é uma função (denotada por $l = l(w(\varepsilon), \varepsilon)$ tanto dos bens internos quanto de ε:

$$\frac{dw^*(\varepsilon)}{d\varepsilon} = -(\alpha\gamma - \beta\theta)\frac{f_I^A}{w_0\theta f_{II}^A} + \frac{\beta I^A}{w_0} = l(w^*(\varepsilon), \varepsilon). \tag{30}$$

Essa expressão define a equação diferencial básica que o nível ótimo de bens internos deve satisfazer. A restrição (27) fornece a limitação que restringe a constante de integração.

Pode-se utilizar (29) para verificar quando o *hedge* ótimo pode ser obtido utilizando somente contratos futuros. Nesses casos, $(dw^*/d\varepsilon)$ deve ser uma constante. Dessa forma, utilizando os resultados da Proposição 1, temos:

> Proposição 2: Com $\alpha = \beta$, os contratos futuros sozinhos podem proporcionar hedges maximizadores de valor. Nos outros casos, as opções podem ser necessárias para obter o hedge maximizador de valor.

O *hedging* exclusivamente com futuros é, dessa forma, ótimo: (i) nos modelos simplificados da Seção II com oportunidades fixas de investimento e financiamento (isto é, com α, δ e β iguais a zero); e (ii) na configuração para multinacionais apresentada na Seção IV sempre que houver a fixação total descrita na Proposição 1. Por outro lado, serão necessárias opções para a implementação dos *hedges* ótimos quando $\alpha \neq \beta$ ou quando houver oportunidades de financiamento dependentes do estado ($\delta \neq 0$), como na Seção III.B. No último caso, a utilização de opções permite que o investimento seja completamente isolado dos choques nas oportunidades de financiamento.[29]

Para os casos em que as opções forem necessárias, a equação (29) leva implicitamente a uma regra para o número de opções a serem compradas em diferentes preços de exercício das opções. Apesar de o primeiro ser derivativo de bens, ($dw^*/d\varepsilon$), que nos fornece a exposição ótima a ε, é o *segundo* derivativo, ($d^2w^*/d\varepsilon^2$), que descreve a "densidade" da posição das opções em cada preço de exercício de opção no portfólio ótimo de *hedge*. Intuitivamente, uma opção a um preço de exercício de opção $\hat{\varepsilon}$ é indispensável para *alterar* o nível de exposição no ponto onde $\varepsilon = \hat{\varepsilon}$. Dessa forma, por exemplo, se houver regiões onde ($d^2w^*/d\varepsilon^2$) for maior e positivo, deve-se adicionar um número significativo de opções de compra com preço de exercício de opção nessa região. Por outro lado, nas regiões onde a razão de *hedge* é, ($d^2w^*/d\varepsilon^2$) = 0, não são necessárias opções adicionais.

Para verificar mais concretamente o papel das opções, consideremos o seguinte exemplo numérico. Suponhamos que haja três estados de natureza igualmente prováveis, 1, 2 e 3, e que os primeiros melhores níveis de investimento de uma empresa (isto é, para os quais $f_I = 1$) sejam 6, 9 e 15, em cada estado respectivamente. Suponhamos também que, em qualquer nível de investimento abaixo de 6, a empresa será incapaz de competir e será forçada à falência e que a empresa não tenha acesso a financiamento externo. Finalmente, suponhamos que os recursos internos sejam inicialmente iguais a 10 e que uma estratégia de não-*hedging* gere 5, 10 e 15 de fundos internos disponíveis para investimento. (Veja a Tabela I para um esquema geral.)

Se a empresa tiver apenas contratos futuros disponíveis, ela pode aumentar a riqueza interna do estado 1 somente por meio de uma redução equivalente dos recursos gerados internamente do estado 3. O seu *hedge* ótimo, dessa forma, será estabelecido sobre a proteção da receita no estado inferior e levará a uma configuração de riqueza interna de algo como 6, 10 e 14. Isso representa um perfil melhor do que na ausência de *hedging*, mas não gera primeiros melhores níveis de investimentos.

Agora, suponhamos que as opções se tornem disponíveis. Com a aplicação do *hedge* com futuros, a empresa tem excesso de caixa no estado 2 e caixa insuficiente no estado 3. A estratégia de *hedging* de maximização de valor, portanto, envolve comprar uma opção de venda a preço futuro no estado 1 (que paga 1 no estado 1 e 0 em outros estados) e duas opções de compra no estado 3 (cada uma pagando 1 no estado 3 ou 0 em outros estados). Como cada opção custa 1/3, seu custo total é 1, o que elimina totalmente o excesso previamente existente de caixa em excesso no estado 2. (Veja a Tabela I.) As opções são, dessa forma, benéficas quando as razões de *hedge* maximizadoras de valor não são constantes.[30]

EXTENSÕES ADICIONAIS

Apesar de termos explorado uma série de aplicações do nosso paradigma básico de gestão do risco, muitas outras questões interessantes permanecem. Nesta seção, esboçamos brevemente algumas extensões adicionais, concentrando-nos no raciocínio básico e deixando o desenvolvimento formal para trabalhos posteriores.

Tabela 1 – **Estratégias hipotéticas de hedging e gastos com investimentos (com bens iniciais de 10)**

			FUNDOS LÍQUIDOS DISPONÍVEIS PARA INVESTIMENTO			
ESTADO	PROBABILIDADE	GASTOS ÓTIMOS COM INVESTIMENTOS	SEM *HEDGING* (1)	*HEDGE* ÓTIMO COM FUTUROS (2)	PAGAMENTO PARA AS PRIMEIRAS MELHORES OPÇÕES (3)	HEDGE ÓTIMO COM OPÇÕES (2) + (3) – CUSTO
1	1/3	6	5	6	1	6 + 1 – 1 = 6
2	1/3	9	10	10	0	10 + 0 – 1 = 9
3	1/3	15	15	14	2	14 + 2 – 1 = 15
Custo total das opções				–1/3 – 2/3 = –1		

Considerações intertemporais para o hedging

Como o modelo desenvolvido acima é essencialmente um modelo estático – há somente um único período durante o qual o investimento é feito –, não abordamos nenhuma das questões intertemporais potencialmente importantes associadas à gestão do risco.

Para ver como as considerações intertemporais podem complicar a questão, suponhamos que, em cada uma das *N* datas, a empresa tenha um fluxo de caixa e uma oportunidade *não estocástica* de investimento. (O modelo mais simples apresentado na Seção II.A representa apenas um caso especial disso, com $N = 1$.)

Como as oportunidades de investimento são não estocásticas, uma primeira inferência seria – seguindo a lógica estabelecida acima – que a estratégia ótima é fazer o *hedge* para *todos* os fluxos de caixa do *N* aleatório. Por exemplo, se os fluxos de caixa representarem receitas de poços de petróleo que produzirão 100 milhões de barris em cada um dos próximos dez anos, pode parecer que a melhor coisa a ser feita seja vender a descoberto 100 milhões de barris em futuros com entrega daqui a um ano, 100 milhões de barris com entrega dois anos depois, e assim por diante, com as maturidades dos contratos vencendo em dez anos.

Isso, contudo, levanta um problema, pelo menos se os contratos futuros forem utilizados no *hedge*. Se os preços do petróleo subirem no primeiro ano, as chamadas de margem para a posição agregada dos futuros – representando dez anos de produção – serão muito grandes e mais do que compensarão o impacto positivo dos preços do petróleo na receita do primeiro ano. Em outras palavras, o *hedging* para todo o fluxo futuro de produção leva a enormes flutuações de margem e, portanto, a enormes variações no nível ano a ano do caixa disponível para o investimento.

Isso sugere que, se os futuros forem de fato utilizados, o volume agregado da posição terá de ser de alguma forma reduzido. O *hedge* ótimo deverá ser negociado com a proteção do valor presente de todos os fluxos de caixa *versus* com a proteção do nível de caixa a cada momento.

Uma possibilidade alternativa pode ser a empresa estruturar o seu *hedge* utilizando uma série de contratos a termo (ou outros instrumentos "a termo", como *swaps* ou dívidas indexadas) em vez dos contratos futuros. Em um cenário intertemporal, os contratos a termo podem representar um instrumento mais desejável, já que não precisam ser liquidados até a maturidade e, portanto, não implicam pedidos de cobertura intermediários. Há, contudo, razões para acreditar que os contratos a termo, apesar de potencialmente úteis, podem não "solucionar" completamente o problema esboçado acima. Justamente por não serem liquidados até a maturidade, os contratos a termo podem envolver substancialmente mais risco de crédito do que os futuros.[31]

Com efeito, é possível pensar em um contrato a termo como (em termos não rigorosos) uma combinação de futuros mais empréstimos. No contexto do nosso modelo, isso significa que uma decisão de utilizar os contratos a termo pode reduzir a capacidade da empresa de levantar financiamento externo em qualquer momento. Na prática, pode ser simplesmente impossível para muitas empresas assumir posições muito grandes em contratos a termo em função dos riscos de crédito envolvidos.

Orçamento de capital quando os riscos não são comercializáveis

Temos pressuposto ao longo da argumentação que todos os riscos que impactam os fluxos de caixa de uma empresa são comercializáveis e, portanto podem ser protegidos pelo *hedge*. Entretanto, isso nem sempre é verdadeiro. Os fluxos de caixa de uma empresa serão anormalmente baixos, por exemplo, no caso do fracasso do lançamento de novos produtos, mas pode não haver nenhum mercado futuro no qual esse risco possa ser depositado.

Nesse caso, esses riscos idiossincráticos não comercializáveis (em um mundo com financiamento externo dispendioso) imporão custos reais sobre a empresa. Os procedimentos de orçamento de capital devem, portanto, levar esses custos em consideração. Conseqüentemente, o modelo CAPM – *Capital Asset Pricing* – (ou qualquer outro modelo padrão de precificação de ativos financeiros) não será mais universalmente válido como uma ferramenta de orçamento de capital. Em outras palavras, quando os projetos de investimento impõem grandes riscos idiossincráticos que não podem ser diretamente liquidados, uma segunda melhor estratégia de gestão do risco envolve a redução do nível de investimento nesses projetos abaixo do implicado por um procedimento de desconto do tipo CAPM.

A *magnitude* do desvio dos princípios tradicionais de orçamento de capital deveria depender dos mesmos gêneros de fatores que identificamos acima como determinantes da estratégia de *hedging* ótimo. Por exemplo, se o risco idiossincrático não comercializável do investimento atualmente em avaliação for estreitamente correlacionado com a disponibilidade das oportunidades de investimento futuro, a lógica desenvolvida na Seção III.A sugere que há relativamente menos motivos para se proteger por meio da economia nesse investimento. Por outro lado, se o investimento em questão não se correlacionar com a disponibilidade das oportunidades de investimento futuro, ele deverá ser considerado com mais rigor.

Hedging e concorrência no nível do produto/ mercado

O nosso quadro conceitual também tem implicações para o seguinte caso: quanto as estratégias de *hedging* das empresas deveriam depender ao mesmo tempo (1) da natureza da concorrência no nível do produto/mercado e (2) das estratégias de *hedging* dos concorrentes.[32] Para ver isso, suponhamos duas empresas que concorrem *à la* Cournot – cada uma escolhe quantidades de produção, q_i, $i = 1, 2$, mantendo fixas as outras decisões por quantidade. É possível interpretar a decisão por quantidade como investimento I_i, de forma que $I_i = cq_i$, onde c é o custo marginal da unidade de capacidade.

Suponhamos que ambas as empresas não tenham acesso a financiamento externo, de forma que o investimento nunca poderá exceder o fluxo de caixa. Suponha também que o fluxo de caixa seja perfeitamente correlacionado entre as empresas e que isso signifique que seja igual a I^*, que definimos como o nível de investimento que prevaleceria em um equilíbrio não restrito de Cournot.

O aspecto importante do modelo de Cournot é que, quanto mais uma empresa rival investe, menos atraente é o investimento. Na terminologia de Bulow, Geanakoplos e Klemperer (1985), o investimento é um "substituto estratégico". Isso contrasta com outros modelos nos quais as variáveis estratégicas são "complementos estratégicos" – as empresas querem investir mais quando seus rivais investem mais. Esse pode ser o caso em um modelo de pesquisa e desenvolvimento (P&D) no qual há as informações "vazam" entre as empresas.

Suponhamos que nenhuma das empresas faça o *hedge*. Quando seus fluxos de caixa excedem I^*, o equilíbrio não restrito de Cournot prevalece – as duas empresas investem I^*. Contudo, quando o fluxo de caixa é menor que I^*, as duas empresas investem o que têm. As duas gostariam de aumentar seu investimento nesses estados – já que o investimento/produto é relativamente baixo e os preços são altos –, mas não podem devido a restrições de liquidez.

Agora, suponhamos que somente a Empresa 1 faça o *hedge*, fixando-se em um fluxo de caixa I^*. Quando os fluxos de caixa da Empresa 2 excedem I^*, o equilíbrio não restrito de Cournot é atingido – da mesma forma como ocorreria sem o *hedging*. Mas, quando os fluxos de caixa da Empresa 2 são menores que I^*, a Empresa 2 investe apenas o que tem, enquanto a Empresa 1 (que fez o *hedge*) consegue investir mais. Como o investimento é um substituto estratégico, o investimento adicional possibilitado pelo *hedging* é particularmente atraente para a Empresa 1 nos seguintes estados: a Empresa 2 não está investindo muito; os preços estão altos; os retornos marginais sobre o investimento são altos. Dessa forma, a Empresa 1 claramente se beneficia do *hedging*. Com efeito, a Empresa 1 gostaria de ir até mais adiante – adotando uma razão de *hedge* maior que 1 – porque os retornos sobre os investimentos agora são mais altos quando o fluxo de caixa está baixo do que quando está alto. No contexto do nosso modelo com oportunidades dinâmicas de investimento, esse cenário é análogo ao caso de $\alpha < 0$.

Também é possível demonstrar que a Empresa 1 se beneficia do *hedging* nesse modelo se a Empresa 2 fizer o *hedge*, mas os benefícios não serão tão grandes quanto os do exemplo anterior. A argumentação é que, se a Empresa 2 fizer o *hedge* – assegurando o investimento I^* em todos os estados –, a sua posição em geral mais forte fará com que o investimento seja menos atraente para a Empresa 1. Dessa forma, a Empresa 1 tem menos motivos para utilizar o *hedging* para se fixar em um alto nível de investimento.

Duas implicações relacionadas se seguem a esse exemplo. Em primeiro lugar, a política de *hedging* herda o aspecto de substitutibilidade estratégica do jogo produto/ mercado – uma empresa desejará fazer mais *hedge* quando seu rival fizer menos *hedge*. Em segundo lugar, o equilíbrio geral da indústria envolve algum *hedging* de ambas as empresas.

Conjeturamos que poderíamos obter resultados muito diferentes se o investimento fosse um complemento estratégico, como no exemplo de P&D mencionado acima. Nesse quadro, se a Empresa 2 não fizer o *hedge*, os retornos marginais para o P&D da Empresa 1 serão baixos quando o fluxo de caixa for baixo e altos quando o fluxo de caixa for alto. Isso ocorre porque, quando o fluxo de caixa for baixo, a Empresa 2 ficará restrita e fará pouco P&D. E quando o fluxo de caixa for alto, o oposto se aplicará. Isso é análogo ao caso de um α positivo – uma correlação positiva entre as oportunidades de investimento e o fluxo de caixa –, de forma que o nível ótimo ficaria abaixo de um *hedging* total.

Dessa forma, pareceria que o *hedging* é geralmente menos atraente quando o investimento é um complemento estratégico. Também é possível conjeturar que, como no modelo anterior, a política de *hedging* herda o aspecto estratégico do jogo produto/mercado. Nesse caso, isso implicaria que as políticas de *hedging* são complementos estratégicos: uma empresa desejará fazer *mais* o *hedge* quando sua rival fizer mais *hedge*.

IMPLICAÇÕES EMPÍRICAS

Nesta seção discutimos algumas das implicações empíricas do modelo. Contudo, antes disso devemos observar dois pontos. Em primeiro lugar, não é evidente que a nossa teoria deveria ser interpretada exclusivamente como uma teoria positiva, isto é, como uma descrição precisa do status real da política corporativa de *hedging*. Mesmo que o trabalho empírico revele que poucas empresas atualmente fazem o *hedge* de acordo com a nossa teoria, consideramos que a teoria apresenta várias implicações *prescritivas* úteis.

Em segundo lugar, o trabalho empírico nessa área é dificultado pelo fato de que a maioria das operações de *hedging* não é incluída no balanço patrimonial (e, dessa forma, não são incluídas em bancos de dados como Compustat). Essa falta de um banco de dados bem desenvolvido tem levado os pesquisadores a coletar dados de levantamentos sobre as políticas de *hedging* das empresas. Iniciamos com uma revisão de algumas dessas evidências. Em seguida, propomos um novo tipo de teste para o *hedging* ótimo, que apresenta a vantagem de não exigir uma mensuração direta das posições de *hedging*.

Evidências descritas e de levantamentos

Parece evidente por tudo o que é dito que a coordenação do financiamento e do investimento é a base para pelo menos algumas estratégias de *hedging* utilizadas pelos administradores. Por exemplo, um executivo da Unocal, Matthew Burkhart, argumenta que "um possível valor agregado do *hedging* é prosseguir em um programa de financiamento sem operações de capital e retirada de financiamento".[33] E Lewent e Kearney (1990), ao explicar a filosofia de gestão do risco da Merck, observam que um fator-chave para se decidir ou não pelo *hedge* é o "efeito potencial da volatilidade do fluxo de caixa na nossa capacidade de executar o nosso plano estratégico – particularmente, fazer investimentos de P&D que formem as bases para o crescimento futuro".

É, evidentemente, muito mais difícil afirmar se as considerações que esboçamos são de fato aquelas que impulsionam de forma mais ampla as estratégias de *hedging*. Um estudo recente de Nance, Smith e Smithson (1993) utiliza dados de levantamento para comparar as características das empresas que ativamente aplicam o *hedge* e daquelas que não o fazem. Algumas de suas descobertas são compatíveis com o nosso quadro conceitual, enquanto outras são menos evidentes nesse sentido. Um resultado digno de nota é que empresas com P&D intensivo têm mais chances de fazer o *hedge*. Há algumas razões pelas quais isso pode ser esperado no contexto do nosso modelo. Para começar, pode ser mais difícil para as empresas com um P&D intensivo levantar financiamento externo porque seus ativos (em especial os intangíveis) não representam boas garantias (veja Titman e Wessels (1988)) ou porque provavelmente haja informações mais assimétricas sobre a qualidade de seus novos projetos. Em segundo lugar, as "opções de crescimento" do P&D provavelmente representam investimentos valiosos cujo apelo *não se correlaciona* com riscos facilmente protegíveis, como taxas de juros. Dessa forma, a lógica da Seção III.A implicaria mais *hedging* para as empresas de P&D.

Nance, Smith e Smithson (1993), bem como Block e Gallagher (1986), e Wall e Pringle (1989), também encontram poucas evidências de que empresas com estruturas de capital mais alavancadas façam mais o *hedge*. Na medida em que essas empresas possuem menos ativos que não sejam onerados e, portanto, mais dificuldade em levantar grandes montantes de financiamento externo, essa constatação também se encaixa no nosso modelo.

Finalmente, Nance, Smith e Smithson (1993) também revelam que as empresas que pagam altos dividendos têm mais chances de fazer o *hedge*. Não é evidente como esse fato corresponde ao nosso modelo. Uma interpretação – consistente com o nosso modelo – é que os pagadores de altos dividendos têm menos chances de ser restritos em termos de liquidez por terem optado por distribuir os lucros em vez de utilizá-los para o investimento.[34] Contudo, uma segunda interpretação seria que as empresas com altos dividendos precisam fazer mais *hedge* se quiserem manter ao mesmo tempo os seus dividendos *e* o seu investimento. Essa interpretação é mais compatível como nosso modelo.[35]

Um novo teste para o *hedging* ótimo

A implicação mais ampla do nosso modelo é que as empresas utilizam o *hedging* para reduzir a variabilidade do valor sombra dos fundos internos. No modelo da Seção III.A, isso foi obtido pela definição da razão de *hedge*, h, de forma que $\text{cov}(P_w, \varepsilon) = 0$ (equação (19)); no modelo da Seção V, isso foi feito determinando Pw igual a uma constante (equação (28)). De qualquer maneira, a condição de primeira ordem do nosso modelo gera uma restrição clara e passível de ser testada: que o valor sombra dos fundos internos e ε devem ser não correlacionados.

Consideremos então o modelo da Seção III. A, no qual o valor da empresa é uma função $P = (w(\varepsilon), \varepsilon)$. Isso significa que a variável de risco, ε, pode afetar diretamente P por meio de seu impacto sobre as oportunidades de investimento dados os fundos internos, w, e indiretamente por meio de seu efeito em w dadas as oportunidades de investimento. Além disso, há um terceiro efeito possível em P: as mudanças em w não são relacionadas a ε. Isso sugere uma simples especificação empírica na forma de:

$$P_{t,i} = \alpha + w_{t,i}\,(\alpha_1 + \alpha_2 \varepsilon_t) + \alpha_3 \varepsilon_t + v_{t,i}\,, \qquad (31)$$

onde t denota o tempo e i denota a empresa i. O termo de erro, $v_{t,i}$, é interpretado como todos os outros choques exógenos no valor da empresa. Para obter estimativas imparciais dos coeficientes envolvendo ε, seria necessário que quaisquer choques não observados em P fossem independentes de ε.

Para implementar essa regressão, precisamos levar em consideração a escolha dos dados reais. Tomemos como exemplo uma empresa de mineração de ouro. Nesse caso, poderíamos interpretar: P como o valor de mercado da empresa; w como o volume de fluxo de caixa contemporâneo; ε como o preço do ouro. Também é possível optar por parametrizar o valor e o fluxo de caixa em função do valor contábil dos ativos ou algum outro indicador de tamanho, para facilitar as comparações entre empresas.

A equação (31) indica que o valor marginal dos fundos internos, P_w, é dado por $\alpha_1 + \alpha_2\varepsilon_t$. O termo cruzado dessa forma permite que εt tenha um efeito no valor *marginal* dos fundos internos. Como discutimos acima, o *hedging* ótimo deveria eliminar esse efeito. Dessa forma, de acordo com a condição de primeira ordem do modelo, a hipótese nula de que a empresa esteja fazendo o *hedging* ótimo é dada por $\alpha_2 = 0$.

Para compreender a lógica que fundamenta esse teste, imaginemos que tenhamos estimado que α_2 é significativamente negativo. Isso significaria que o valor da empresa é mais sensível ao fluxo de caixa em estados de baixo ε ou, dito de outra forma, que as restrições de liquidez são mais custosas quando ε é baixo. Nesse caso, a empresa se beneficiaria reduzindo a fonte do risco ε.

Observemos que o modelo *não* prevê que α_3 deva ser zero. Esse é o argumento que utilizamos anteriormente: o valor da empresa geralmente *não* deve ser completamente isolado de ε.

Um possível problema da utilização do valor da empresa como variável dependente em uma regressão desse tipo é que o valor da empresa pode reagir ao fluxo de caixa por motivos não incluídos no nosso modelo. Por exemplo, mesmo que não haja restrições de liquidez, α_1 tem chances de ser positivo simplesmente porque o fluxo de caixa é serialmente correlacionado e a variável dependente é progressiva. Isso não criará um problema na estimativa de α_2, contudo, a não ser que o grau de correlação serial seja uma função de ε. Por exemplo, se os fluxos de caixa atuais forem um melhor indicativo dos fluxos de caixa futuros quando ε for baixo, estimaremos um α_2 negativo mesmo quando a empresa estiver em um *hedging* ótimo. Dessa forma, um importante pressuposto identificador da nossa metodologia é que outras variáveis exógenas que simultaneamente impulsionam w e P são independentes de ε.

Se esse pressuposto identificador não for adequado, uma segunda melhor alternativa seria utilizar o investimento, em vez do valor da empresa, como a variável dependente e incluir o Q de Tobin como uma outra variável explicativa. Também nesse caso, o teste envolveria verificar se α_2 é igual a zero. O benefício dessa abordagem é que seria mais difícil argumentar que um α_2 não zero não seria válido. A desvantagem, entretanto, é que esse investimento não é exatamente a variável correta a ser mensurada. Uma especificação como essa implica que o impacto das restrições de liquidez sobre a *quantidade* do investimento não deveria variar com ε. Por outro lado, a teoria implica que o impacto das restrições de liquidez sobre o *valor* do investimento não deveria variar com ε.

Com efeito, regressões muito similares ao último conjunto proposto aqui por nós têm sido implementadas na literatura. Gertler e Hubbard (1988), Hoshi, Scharfstein e Singleton (1993), e Kashyap, Lamont e Stein (1993) revelam que os gastos com *investimento* são mais sensíveis à liquidez durante eventos de política monetária restrita, isto é, que as restrições de liquidez são mais limitantes nesses momentos. Sujeitas às precauções acima, essas regressões pareceriam sugerir que as empresas dessas amostras poderiam ter se beneficiado de um *hedging* mais ativo contra o risco de uma política monetária restrita, digamos, pela utilização de futuros de taxas de juros.

CONCLUSÃO

Quando o financiamento externo é mais custoso do que os recursos internamente gerados, pode ter sentido para as empresas aplicar o *hedge*. Apesar de esse argumento básico aparentemente já ter sido reconhecido na literatura, as suas implicações para a estratégia de *hedging* ótimo não foram completamente desenvolvidas. Neste artigo, argumentamos que há um amplo e rico conjunto dessas implicações:

1. A estratégia de *hedging* ótimo geralmente não envolve

a proteção completa do valor da empresa das fontes comercializáveis de risco.

2. As empresas desejarão aplicar menos o *hedge* quanto mais estreitamente correlacionados forem os seus fluxos de caixa com as oportunidades de investimento futuro.
3. As empresas desejarão aplicar mais o *hedge* quanto mais estreitamente correlacionados forem os seus fluxos de caixa com os valores de garantia (e, conseqüentemente, sua capacidade de levantar financiamento externo).
4. Em geral, as estratégias de *hedging* das empresas multinacionais dependerão de uma série de considerações adicionais, inclusive da exposição da taxa de câmbio tanto dos gastos com investimento quanto da receita. Em alguns casos especiais, as multinacionais desejarão fazer o *hedge* para "fixar" um volume fixo de investimento em cada país em que operam.
5. Instrumentos não lineares de *hedging*, como as opções, normalmente permitirão que as empresas coordenem seus planos de investimento e financiamento com mais precisão do que instrumentos lineares, como futuros e contratos a termo.
6. Em um cenário intertemporal, há uma distinção significativa entre os futuros e os contratos a termo como ferramentas de *hedging*. Mais especificamente, a utilização dos contratos a termo envolverá uma difícil escolha entre isolar o valor presente de todos os fluxos de caixa ou isolar o nível de caixa a cada momento.
7. A estratégia de *hedging* ótimo para uma determinada empresa dependerá tanto da natureza da concorrência no nível produto/mercado quanto das estratégias de *hedging* adotadas pelos concorrentes.

APÊNDICE

Derivação da equação (24)

Primeiramente, observemos que, no momento em que os investimentos são feitos, ε já foi realizado. Segue-se a isso que a condição de primeira ordem de (22) em relação ao investimento doméstico é:

$$f_I^H = \frac{\theta}{\gamma} f_I^A , \qquad \text{(A1)}$$

que afirma que a empresa iguala, ao longo dos investimentos, o produto da receita marginal de uma unidade adicional de moeda doméstica. Em segundo lugar, observemos que o retorno marginal sobre o investimento doméstico sempre será definido como igual ao custo marginal de uma unidade adicional (em termos de moeda doméstica) do financiamento externo,

$$f_I^H = C_e + 1 . \qquad \text{(A2)}$$

Juntas, essas equações, com a restrição orçamentária em (23), limitam as escolhas ótimas para os investimentos doméstico e estrangeiro, para um *determinado volume de recursos internos w*. Com a aplicação do teorema da função implícita, é possível determinar a sensibilidade dos planos de investimento ótimo às mudanças em ε, $(di^H/d\varepsilon)$ e $(di^A/d\varepsilon)$.

Retornando ao período inicial, quando a decisão de *hedging* foi tomada, a equação (22) deve ser maximizada em relação a h. A condição de primeira ordem para esse problema é idêntica à dada nas equações (17) a (19). Aplicando a fórmula na covariância dada na nota de rodapé 18, a equação (19) pode ser reescrita como:

$$E\left[C_{ee}\left(\frac{dI^H}{d\varepsilon} + \gamma\frac{dI^A}{d\varepsilon} + \beta I^A - (1-h)w_0\right)\right] = 0 . \qquad \text{(A3)}$$

A substituição nas expressões para $(dI^H/d\varepsilon)$ e $(dI^A/d\varepsilon)$ derivadas acima e a simplificação levam à equação (24).

Prova da Proposição 1: Começamos com a hipótese de que I^H e I^A são não estocásticos e $h = 1 - \beta\bar{I}^A / w_0$. Verificamos, então, se isso representa o nível ótimo, isto é, se as condições de primeira ordem tanto para o *hedging* (equação (24)) quanto para o investimento (equações (A1) e (A2) acima) são satisfeitas.

Primeiramente, observemos que as constantes I^H e I^A e $h = 1 - \beta\bar{I}^A / w_0$ juntas implicam, com base na restrição orçamentária de (23), que $(de/d\varepsilon) = 0$ – que o financiamento externo independe da taxa de câmbio. Isso implica que Ce independe de ε. Mas, considerando a condição de primeira ordem em (A2), isso, por sua vez, implica que o ótimo para I^H é ser independente de ε. De maneira similar, quando $\alpha = \beta$, a condição de primeira ordem em (A1) se reduz a $f_I^H = f_I^A$. Dessa forma, se for ótimo para I^H ser constante, é ótimo que I^A também seja constante.

Isso define que um IH e um I^A constantes são ótimos, dado que:

$$h = \frac{1 - \beta\bar{I}^A}{w_0} .$$

Agora precisamos verificar se essa razão de *hedge* hipotética também é ótima. Isso se segue imediatamente de (24), uma vez que observamos que $E[IAPww]$ pode ser simplificado para $\bar{I}^A \bar{P}_{ww}$ quando $I\,A$ é não estocástico.

NOTAS

1. Veja Rawls e Smithson (1990).

2. Esta lacuna no conhecimento é ilustrada na edição mais recente do livro de Brealey e Myers (1991). Brealey e Myers dedicam um capítulo inteiro ao tema "Risco financeiro do *hedging*", mas o capítulo se concentra quase exclusivamente em questões relacionadas à implementação do *hedging*. Menos de uma página é dedicada à discussão das metas potenciais das estratégias de *hedging*.

3. Raciocínios estreitamente relacionados para o *hedging* incluem Froot, Scharfstein e Stein (1989), Smith, Smithson e Wilford (1990) e Stulz (1990). Esses trabalhos são discutidos em detalhes mais abaixo.

4. Um trabalho relativamente relacionado é o de Diamond (1984). Em seu modelo da intermediação financeira, o "*hedging*" (na verdade diversificação) mitiga os problemas de incentivo associados ao financiamento da dívida.

5. A interpretação mais natural da concavidade de $f(I)$ é que há rendimentos tecnológicos de escala. Contudo, se o sistema de impostos sobre empresas for progressivo, $f(I)$, será côncavo mesmo com rendimentos tecnológicos de escala constantes. Sem dúvida, os impostos impactarão a decisão de *hedging* de outras formas, já que afetam não somente os retornos sobre o novo investimento ($f(I)$), mas também os retornos sobre os ativos existentes; veja a discussão na Seção I.B, acima.

6. Sobre os custos do financiamento externo, veja, por exemplo, Townsend (1979), Myers e Majluf (1984), Jensen e Meckling (1976) e Myers (1977), entre vários outros.

7. Uma formulação mais geral desses custos permitiria que dependessem também da escala do projeto de investimento realizado, $C = C(I, e)$. Isso possibilitaria a uma empresa reduzir seus custos por unidade monetária do financiamento externo assumindo projetos de investimento maiores. A natureza qualitativa dos nossos resultados é inalterada (apesar de a exposição ser de certa forma complicada) pela utilização dessa formulação mais geral. Como discutimos abaixo, qualquer formulação pode ser racionalizada em um quadro conceitual de contratos ótimos.

8. Para que as flutuações em w sejam completamente protegíveis (com contratos livres de *default*), precisamos pressupor que w seja observável e verificado sem custo. Por exemplo, w pode representar a exposição de uma empresa ao risco do preço do ouro porque a empresa mantém 100 barras de ouro. Nesse caso, a exposição pode ser protegida se os participantes do mercado puderem verificar que a empresa de fato possui as barras de ouro. Para uma discussão sobre o modo como os riscos de crédito poderiam interferir nas transações de *hedging*, veja as notas de rodapé 19, 28 e 31. O pressuposto adicional de que o *hedging* não afeta o nível futuro esperado de w se seguiria à neutralidade ao risco por parte dos investidores. A extensão da nossa análise ao caso no qual o risco sistemático é precificado em equilíbrio é direta.

9. A concavidade da função de lucro é claramente uma condição necessária para *qualquer* modelo no qual o *hedging* eleva o valor.

10. A condição de primeira ordem (4) e o teorema da função implícita juntos implicam que I^*, satisfaz:

$$\frac{dI^*}{dw} = \frac{-C_{ee}}{f_{II} - C_{ee}},$$

com $I = I^*$. Pressupomos que as condições de segunda ordem em relação ao investimento são satisfeitas, de forma que o denominador dessa expressão seja sempre negativo.

11. Veja, por exemplo, Fazzari, Hubbard e Petersen (1988) e Hoshi, Kashyap e Scharfstein (1991).

12. Uma forma de racionalizar essa premissa seria supor que os ativos presentes são compostos de capital físico que tenha algum valor na liquidação, ao passo que o novo investimento será em ativos intangíveis (por exemplo, P&D, participação de mercado, etc.) que não têm valor na liquidação.

13. Essa análise presume que existe um D otimamente escolhido de forma que $1 - G(D) - cg(D) > 0$ e que a restrição de lucro zero dos investidores (9) seja satisfeita. De outra forma, não haveria solução ao problema apresentado em (8) e nenhum investimento seria feito.

14. A mesma restrição na taxa de risco também implica que $C_{ee} > 0$. Isso pode ser verificado diferenciando duas vezes a equação (13) e observando que a equação (9) implicitamente define $D = D(e)$.

15. Na Seção V, consideramos estratégias de *hedging* alternativas e não lineares que envolvem instrumentos com as opções.

16. Para ver o que (14) implica para os preços e posições futuras reais, defina $x0$ como o preço atual dos futuros e $q1$ como o preço *spot* futuro da variável em questão. A variável ε então corresponde a $\varepsilon = (q_1/x_0)$ e uma posição de *hedging* h corresponde à venda de $h(w_0/x_0)$ contratos futuros.

17. Pressupor que a média de ε é 1 implica, como antes, que o nível esperado de bens não seja afetado pelo volume do *hedging*.

18. Se x e y são normalmente distribuídos e $a(\ )$ e $b(\ )$ são funções diferenciáveis, então $\mathrm{cov}(a(x), b(y)) = E_x[a_x]E_y,[b_y]\ \mathrm{cov}(x, y)$. Veja Rubinstein (1976) para uma comprovação. Observe-se que, se assumirmos que ε é log-normalmente distribuído (com a mesma média e variância que apresentada acima), chegaremos a resultados muito similares aos apresentados ao longo deste artigo.

19. Observemos que, apesar de $h^* < 0$ ou $h^* > 1$ poderem (de acordo com a equação (20)) ser ótimos para a empresa, essas posições podem implicitamente deixar a empresa com recursos negativos no primeiro período em alguns estados. Em conseqüência, o mercado de capitais pode não mais cobrar preços livres de *default* para os contratos futuros, porque esses contratos agora podem envolver risco de crédito. Por exemplo, uma empresa com bens iniciais consistindo em nada mais que 100 barras de ouro pode não ser capaz de comprar mais on net, porque não tem nenhuma garantia que não seja ouro. (Essa empresa não teria recursos para pagar pelas compras adicionais se o preço do ouro caísse a zero.) De forma similar, uma empresa que vende contratos futuros por mais que o equivalente a 100 barras de ouro pode ser incapaz de se beneficiar dessa posição quando os preços do ouro subirem o suficiente. Toda essa questão do risco de crédito desaparece, entretanto, se estivermos dispostos a pressupor que a função de investimento satisfaz as condições de Inada, isto é, que o produto marginal do investimento é infinito em $I = 0$. Nesse caso, a razão ótima de *hedge* na equação (20) garante endogenamente que os recursos (e, portanto, o investimento) da empresa sejam positivos em todos os estados.

20. Agradecemos a Tim Luehrman por nos sugerir este caso.

21. Neste caso específico, não há um risco de falha no cumprimento do

contrato associado com as posições futuras que implemente a razão de *hedge* desejada. A posição no mercado futuro somente incorrerá em perdas maiores nos estados nos quais os ativos alocados forem extremamente valiosos. Nesses estados, os fundos podem ser levantados em função dos ativos alocados que garantem que a empresa se beneficiará em sua posição futura.

Conversas com Don Lessard foram especialmente úteis para motivar o trabalho desenvolvido nesta seção. Veja Adler e Dumas (1983) para uma visão geral dos argumentos tradicionais para o risco das taxas de câmbio no *hedging*.

23. Observe que a nossa formulação anterior, apresentada na Seção III, pode ser interpretada como um caso degenerado da equação (22), com $\beta = 0$ e I^H fixo em zero – isto é, nenhum investimento em um dos dois países.

24. Nesta formulação, a linha de crédito externa também é expressa na moeda doméstica. Em termos do modelo CSV desenvolvido na Seção II.B, isso leva a presumir que o pagamento x no ativo preexistente é expresso pela moeda doméstica. Dessa forma, estamos suprimindo as questões relativas às oportunidades dinâmicas de financiamento levantadas na Seção III.B.

25. Com efeito, isso implica que o preço da moeda estrangeira de bens não negociáveis não é afetado pelas mudanças nas taxas de câmbio.

26. Isso será correto se esse preço da moeda doméstica for constante.

27. Observe que, com $\bar{\varepsilon} = 1$, a taxa à vista esperada do futuro é igual à taxa a termo.

28. Também é importante verificar se a solução alternativa que surge de (26) e (27) envolve bens negativos em qualquer estado. Se for o caso, uma restrição adicional de não negatividade sobre os bens internos, $w \geq 0, \forall \varepsilon$, também deve ser imposta ao problema da maximização, para incluir os problemas sobre o risco de crédito levantados na nota de rodapé 19.

29. Para verificar isso, observe que, com a tecnologia de produção não estocástica, $F_I - P_w$, que, em função de (28), é uma constante.

30. Pela paridade entre opções de compra e opções de venda (*put-call parity*), é possível atingir um *hedge* equivalente utilizando somente a opção de venda (ou de compra) junto com uma quantidade diferente de futuros, ou utilizando apenas as opções.

31. Se a produção do petróleo for com certeza absoluta 100 milhões de barris, então os contratos a termo não envolvem risco de crédito e permitirão um *hedging* completo. Contudo, se, em um cenário mais realista, as quantidades de produção forem incertas ou sujeitas a problemas imprevisíveis, os contratos a termo envolverão algum risco de crédito e, portanto, *de fato* representarão um veículo imperfeito de *hedging*.

32. Adler (1992) também considera as implicações da concorrência produto/mercado para a política de *hedging*.

33. A citação é de "Shareholders Applaud Risk Management", *Corporate Finance*, jun./jul. 1992.

34. Esse raciocínio sem dúvida é compatível com Fazzari, Hubbard e Petersen (1988), que descobriram que o investimento era menos sensível ao fluxo de caixa no caso de empresas com altos dividendos.

35. Nance, Smith e Smithson também descobriram que as empresas menores têm menos chances de fazer o *hedge*. Esse fato é em geral inconsistente com o nosso modelo se se acreditar que as empresas menores têm mais chances de apresentar restrições de liquidez devido a maiores assimetrias de informações. Contudo, a tendência que leva a maiores assimetrias de informações pode ser compensada por relacionamentos com determinados provedores de capital, como bancos. Ademais, se houver custos fixos para implementar um programa de *hedging*, os ganhos do *hedging* para as pequenas empresas podem não ser suficientes para justificar o custo.

Artigo originalmente publicado por Kenneth A. Froot; David S. Scharfstein e Jeremy C. Stein, sob o título "Risk Management: Coordinating Corporate Investments and Financing Policies", em *The Journal of Finance*, v. 48, n. 5. p. 1629-1658, 1993. Reproduzido em língua portuguesa com autorização de © Blackwell Publishing Ltd. www.blackwellpublishing.com

REFERÊNCIAS

ADLER, M. *Exchange rate planning for the international trading firm*. New York: Columbia University, 1992.

ADLER, M.; DUMAS, B. International portfolio choice and corporation finance: a synthesis, *Journal of Finance*, v. 38, p. 925-984, 1983.

BLOCK, S. B.; GALLAGHER, T. J. The use of interest rate futures and options by corporate financial managers, *Financial Management,* v. 15, p. 73-78, 1986.

BREALEY, R. A.; MYERS, S. C. *Principles of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill, 1991.

BREEDEN, D.; VISWANATHAN, S. *Why do firms hedge? An asymmetric information model*. Durham: Duke University, 1990.

BULOW, J.; GEANAKOPLOS, J.; KLEMPERER, P. Multimarket oligopoly: strategic substitutes and complements, *Journal of Political Economy*, v. 93, p. 488-511, 1985.

DEMARZO, P.; DUFFIE, D. *Corporate incentives for hedging and hedge accounting*. Evanston: Northwestern University, 1992.

DIAMOND, D. Financial intermediation and delegated monitoring, *Review of Economic Studies,* v. 51, p. 393-414, 1984.

FAZZARI, S. M., HUBBARD, R. G.; PETERSEN, B. C. Financing constraints and corporate investment, *Brookings Papers an Economic Activity*, v. 2, p. 141-206, 1988.

FROOT, K. A.; SCHARFSTEIN, D. S.; STEIN, J. C. LDC debt: forgiveness, indexation, and investment incentives, *Journal of Finance,* v. 44, p. 1335-1350, 1989.

GALE, D.; HELLWIG, M. Incentive-compatible debt contracts I: the one-period problem, *Review of Economic Studies,* v. 52, p. 647-664, 1985.

GERTLER, M.; HUBBARD, R. G. *Financial factors in business fluctuations, in financial market volatility*. Kansas City: Federal Reserve Bank of Kansas City, Kansas City, 1988.

HOSHI, T.; KASHYAP, A.; SCHARFSTEIN, D. Corporate structure, liquidity, and investment: evidence from Japanese industrial groups, *Quarterly Journal of Economics,* v. 56, p. 33-60, 1991.

HOSHI, T.; SCHARFSTEIN, D.; SINGLETON, K. Japanese corporate investment and Bank of Japan guidance of commercial bank lending. In: SINGLETON, K. (Ed.) *Japanese Monetary Policy*. Chicago: (University of Chicago and NBER, Chicago, 1993.

JENSEN, M. C.; MECKLING, W. H. Theory of the firm: managerial behavior, agency costs and ownership structure, *Journal of Financial Economics*, v. 3, p. 305-360, 1976.

KASHYAP, A. K.; LAMONT, O. A.; STEIN, J. *Credit conditions and the cyclical behavior of inventories*. Massachusetts: Massachusetts Institute of Technology, 1993.

LESSARD, D. Global competition and corporate finance in the 1990s, *Continental Bank Journal of Applied Corporate Finance*, v. 1, p. 59-72, 1990.

LEWENT, J. C.; KEARNEY, A. J. Identifying, measuring, and hedging currency risk at Merck, *Continental Bank Journal of Applied Corporate Finance*, v. 1, p. 19-28, 1990.

LUEHRMAN, T. A. Jaguar plc, 1984. Boston: *Harvard Business School*, 1990. (Case No. N9-290-005)

MYERS, S. C. Determinants of corporate borrowing, *Journal of Financial Economics*, v. 5, p. 147-175, 1977.

MYERS, S.; MAJLUF, N. Corporate financing and investment decisions when firms have information that investors do not have, *Journal of Financial Economics,* v. 3, p. 187-221, 1984.

NANCE, D. R.; SMITH, C. W.; SMITHSON, C. W. On the determinants of corporate *hedging*, *Journal of Finance,* v. 48, p. 267-284, 1993.

RAWLS, S. W.; SMITHSON, C. W. Strategic risk management, *Continental Bank Journal of Applied Corporate Finance,* v. 1, p. 6-18, 1990.

RUBINSTEIN, M. The valuation of uncertain income streams and the pricing of options, *Bell Journal of Economics,* v. 7, p. 407-426, 1976.

SMITH, C. W.; SMITHSON, C. W.; WILFORD, D. S. *Sykes. Strategic Risk Management New York: Institutional Investor Series in Finance, 1990.*

SMITH, C. W.; STULZ, R. The determinants of firms' hedging policies, *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* v. 20, p. 391-405, 1985.

STULZ, R. Optimal hedging policies, *Journal of Financial and Quantitative Analysis,* v. 19, p. 127-140, 1984.

STULZ, R. Managerial discretion and optimal financing policies, *Journal of Financial Economics*, v. 26, p. 3-27, 1990.

TITMAN, S.; WESSELS, R. The determinants of capital structure choice, *Journal of Finance,* v. 43, p. 1-19, 1988.

TOWNSEND, R. M. Optimal contracts and competitive markets with costly state verification, *Journal of Economic Theory,* v. 21, p. 265-293, 1979.

WALL, L. D.; PRINGLE, J. Alternative explanations of interest rate swaps: an empirical analysis, *Financial Management,* v. 18, p. 59-73, 1989.

Artigo convidado. Aprovado em 01.10.2007.

Kenneth A. Froot
Professor da Harvard Business School, Harvard University.
Doutor em Economia pela University of California, Berkeley.
Interesses de pesquisa nas áreas de precificação de ativos, finanças comportamentais, seguros e gestão de risco.
E-mail: kfroot@hbs.edu
Endereço: Harvard Business School, Soldiers Field, Baker Library 363, Boston, MA, 02163.

David S. Scharfstein
Professor da Harvard Business School, Harvard University.
Doutor em Economia pelo Massachusetts Institute of Technology.
Interesses de pesquisa nas áreas de finanças corporativas, fundos privados, alocação de recursos, capital de risco e empreendedorismo.
E-mail: dscharfstein@hbs.edu
Endereço: Harvard Business School, Soldiers Field, Baker Library 239, Boston, MA, 02163.

Jeremy C. Stein
Professor do Departamento de Economia, Harvard University.
Doutor em Economia pelo Massachusetts Institute of Technology.
Interesses de pesquisa nas áreas de finanças comportamentais, mercado de ações, gestão de risco, alocação de recursos e política monetária.
E-mail: jeremy_stein@harvard.edu
Endereço: Harvard University, Department of Economics, Littauer Room 209. Cambridge, MA, 02138.